АКАДЕМИЯ НАУК РЕСПУБЛИКИ КЫРГЫЗСТАН
ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукописи

ТОГОЧУЕВ АЗЫРБЕК ЖАПАРОВИЧ

РАЗДЕЛИМОСТЬ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ НЕЧЕТНОГО ПОРЯДКА В НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

01.01.02 - дифференциальные уравнения

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Бишкек - 1992

Работа выполнена в Иссык-Кульском Государственном педагогическом институте имени К.Тыныстанова

Научные руководители:
Член-корреспондент АН Республики Казахстан,
профессор М.О.Отелбаев

кандидат физико-математических йаук, доцент
М.А.Муратбеков

Официальное аппоненты:

Член-корреспондент АН Республики Казахстан,
профессор К.А.Касымов (Казахский госуниверситет)
доктор физико-математических наук, с.н.с.К.А.Алымкулов
(ИМ АН Республики Кыргызстан)

Ведущая организация:
Математический институт с ВЦ АН Республики Таджикистан

Защита диссертации состоится "30" Марта 1993г. в 14 часов на заседании специализированного совета К 009.11.01 по присуждню ученой степени кандидата физико-математических наук в Институте математики АН Республики Кыргызстан.

С диссертацией можно ознакомится в ЦНБ АН Республики Кыргызстан.

Автореферат разослан "____"______________ 1993г.

Отзывы на автореферат просим присылать по адресу: 720071, Бишкек, Чуйский проспект, 265 "А", Институт математики, Специализированный совет К 009.11.01.

Ученый секретарь
Специализированного совета,
кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник С.Искандаров

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Работа посвящена теоремам разделимости*) линейных и нелинейных дифференциальных операторов нечетного порядка с операторными коэффициентами, а также двусторонним оценкам функции распределения k - поперечников по Колмогорову множеств, связанных с областью определения нелинейного дифференциального оператора.

Вопросы гладкости решений дифференциальных уравнений в течение многих лет вызывают большой интерес в связи с их значением для приложений (большое количество задач газовой динамики, гидродинамики, гидромеханики). В случае ограниченной области и скалярных гладких коэффициентов вопросы, рассматриваемые в работе, хорошо изучены и в достаточной мере изложены в известной литературе.

В случае неограниченной области задачей разделимости, по - видимому, впервые начали (с 1970г.) заниматься Эверитт и Гирц [1,2]. Их исследования получили дальнейшее развитие в работах М.Отелбаева, К.Х.Бойматова, М.Б.Муратбекова и др.

---

*) Оператор $Lu = -u'' + q(x)u$ называется разделимым в $L_2(R)$, если из того, что $u \in \mathfrak{D}(L)$, следует, что $u'' \in L_2(R)$, где $R = (-\infty, \infty)$, $\mathfrak{D}(\cdot)$ - область определения.

1. Everitt W.N., Giertz M. Some properties of the domains of certain differential operators. Proc. London Math. Soc., 23(3), 1971, 301-324.

2. Everitt W.N., Giertz M. Some inequalities associated with certain differential operators. Math. Z., 126, 1972, 308-326.

В этом аспекте интересно изучение дифференциальных операторов с операторными коэффициентами нечетного порядка. Такие операторы не могут быть полуограниченными и еще мало изучены. Кроме того изучение дифференциальных операторов с операторными коэффициентами имеет то преимущество, что позволяет во многих случаях изучить с единой точки зрения как системы обыкновенных дифференциальных уравнений, так и уравнения с частными производными.

Цель работы: а) изучить разделимость линейного дифференциального оператора нечетного порядка в различных весовых пространствах;
б) изучить разделимость линейного дифференциального оператора нечетного порядка с операторным коэффициентом;
в) изучить разделимость нелинейного дифференциального оператора нечетного порядка с операторным коэффициентом;
г) выяснить условия существования и гладкость решений нелинейного дифференциального уравнения второго порядка и изучить аппроксимативные свойства его решений.

Научная новизна. Получены: достаточные условия разделимости дифференциальных операторов нечетного порядка в $L_{p,\ell}(R)$; $1 \le p < \infty$, $R = (-\infty, \infty)$; достаточные условия разделимости линейного дифференциального оператора нечетного порядка с операторным коэффициентом; достаточные условия разделимости нелинейного дифференциального оператора нечетного порядка с операторным коэффициентом; условия, обеспечивающие существование, гладкость и двусторонние оценки функции распределения поперечников по Колмогорову решений нелинейного уравнения второго порядка.

Методы работы. Основной метод - метод локализации (развит в работах М.Отелбаева [3]).

3. Отелбаев М. О гладкости решений дифференциальных уравнений. - Известия АН КазССР, сер.физ.-мат., 1977, №5, с.45-48

широко используются известные теоремы о разделимости, теоремы вложения пространств Соболева. При изучении нелинейных уравнений привлекаются " ε " - регуляризация [4] и метод компактности.

Приложения. Полученные результаты носят теоретический характер и могут найти применение в спектральной теории дифференциальных операторов, гидродинамике, гидромеханике, при нахождении наилучших приближающих пространств, а также в дальнейшем изучении теории разделимости дифференциальных операторов.

Апробация работы. Результаты доложены и обсуждались на VIII республиканской межвузовской конференции по математике и механике (Алма-Ата, 1984), на конференции молодых ученых Алма-Атинской области (Алма-Ата, 1985), на конференции математиков и механиков Киргизии, посвященной 70-летию Великого Октября (Фрунзе, 1987), на семинарах академика АН КазССР О.А.Жаутыкова (ИММ АН КазССР, 1985), члена-корреспондента АН Республики Казахстан профессора К.А.Касымова (КазПИ, 1985), на общегородском семинаре под руководством члена-корреспондента АН Республики Казахстан профессора М.Отелбаева и члена-корреспондента АН Республики Казахстан профессора Т.Ш.Кальменова (КазГУ, 1987).

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в [1-6], список которых приведен в конце автореферата.

Структура диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав и списка литературы, содержащего 83 наименования (всего 103 страницы машинописного текста). Теоремы, леммы, формулы, примеры нумеруются тремя цифрами, из которых первая означает номер главы, вторая - номер параграфа, третья - порядковый номер внутри параграфа.

---

4. Муратбеков М.Б. Разделимость и оценки поперечников множеств, связанных с областью определения нелинейного оператора типа Шредингера.-Дифференциальные уравнения, 1991, т.27, №6, с.1034-1042

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении обоснована актуальность рассматриваемых задач, сформулированы основные результаты, приведены примеры и дан обзор литературы по теме диссертации.

Первая глава содержит 4 параграфа и посвящена изучению разделимости линейных операторов.

Первый параграф имеет вспомогательный характер в нем приведены необходимые обозначения и определения, сформулированы известные результаты, используемые в дальнейшем.

В § 2 изучается разделимость линейного дифференциального оператора нечетного порядка в весовых пространствах.

Через $L_{p,\ell}(R)$, $R=(-\infty,\infty)$ обозначено пространство, полученное пополнением множества $C_0^\infty(R)$ по норме

$$\|f\|_{L_{p,\ell}(R)} = \left(\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)\ell(x)|^p dx\right)^{1/p}, \quad 1\le p<\infty \tag{I}$$

где $\ell(x)$ - непрерывная функция, удовлетворяющая условиям:

$$C^{-1} \le \ell(x)\,\ell(z) \le C, \quad |x-z|\le 1; \tag{2}$$

$$C^{-1}\left(|x|^c+1\right)^{-1} \le \ell(x) \le C\left(|x|^c+1\right). \tag{3}$$

Обозначим через L замыкание в норме (I) оператора, заданного на $C_0^\infty(R)$ равенством

$$L_0 y = -y^{(2n+1)} + q(x)\,y.$$

<u>Определение.</u> Оператор L называется разделимым в пространстве $L_{p,\ell}(R)$, если имеет место оценка

$$\|y^{(2n+1)}\|_{p,\ell} + \|q(x)y\|_{p,\ell} \le C\left(\|Ly\|_{p,\ell} + \|y\|_{p,\ell}\right),$$

где C не зависит от $y\in D(L)$, $D(\cdot)$ - область определения.

На функцию $q(x)$ накладываем следующие ограничения:

$$\inf_{x\in R} q(x) \geqslant \delta > 0 ; \qquad (4)$$

$$\sup \frac{q(x)}{q(t)} \leqslant C , \; C \in (0, \infty); \qquad (5)$$

$$\sup \left\{ |x-t|^{-\alpha} q^{-a}(x) \left| q(x) - q(t) \right| \right\} < \infty , \qquad (6)$$

где $(2n+1)(1-a) + \alpha > 0 , \; a > 0, \; \alpha \in (0,1]$.

Теорема I.2.I. Пусть выполняется условия (2), (3) и (4) -(6), тогда при достаточно больших положительных λ :

а) оператор $L + \lambda E$ в пространстве $L_{p,\ell}(R)$ имеет ограниченный обратный;

б) оператор L разделим в $L_{p\ell}(R)$;

в) операторы $\left(q(x)\right)^{1-\frac{k}{2n+1}} \frac{d^k}{dx^k}\left(L + \lambda E\right)^{-1}, (k=1,2,...2n)$ ограничены в $L_{p,\ell}(R)$.

Пример. Пусть

$$L y = - y^{(2n+1)} + \left(\ell^{|x|} + 1\right) y \qquad (7)$$

Здесь $q(x) = \ell^{|x|} + 1$ и не трудно проверить, что функция удовлетворяет условиям (4)-(6). Следовательно, по теореме I.2.I. оператор (7) разделим в пространстве $L_{p,\ell}(R)$.

В §3, используя теоремы I.2.I предыдущего параграфа, доказываем существование и гладкость решений одной краевой задачи в бесконечной полосе.

В области

$$\Omega = \left\{ (x, y) : \; 0 \leqslant x \leqslant 2\pi , \; -\infty < y < \infty \right\}$$

рассмотрим уравнение

$$Lu + \lambda u = -\frac{\partial^{2n+1} u}{\partial y^{2n+1}} + (-1)^k \beta(y) \frac{\partial^{2k} u}{\partial x^{2k}} + \lambda u = f(x, y) \qquad (8)$$

при граничных условиях

$$\frac{\partial^j u}{\partial x^j}\Big|_{x=0} = \frac{\partial^j u}{\partial x^j}\Big|_{x=2\pi}, \quad (j=0,1,2,\dots,2k-1) \qquad (9)$$

Если $u(x,y) \in L_2(\Omega)$, то $u(x,y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_n(y)\, e^{inx}$.

Обозначим через $L^{2m+1,2k}_{2,B(y)}(\Omega)$ пространство функций, полученное пополнением множества функций $C_0^\infty(\Omega)$, удовлетворяющих условиям (9) относительно нормы

$$\left\| u, L^{2m+1,2k}_{2,B(y)}(\Omega) \right\| = \left[\int_\Omega \left(\left| \frac{\partial^{2m+1} u}{\partial y^{2m+1}} \right|^2 + \left| B(y) \frac{\partial^{2k} u}{\partial x^{2k}} \right|^2 + |u|^2 \right) dx\,dy \right]^{1/2} \qquad (10)$$

<u>Определение.</u> Функция $u \in L_2(\Omega)$ называется сильным решением задачи (8), (9), если существует последовательность $\{u_n\} \subset C_0^\infty(\Omega)$ такая, что $\{u_n\}$ и $\{(L+\lambda E)u_n\}$ сходится в норме $L_2(\Omega)$ к u и f соответственно.

Справедлива

<u>Теорема I.3.I.</u> Пусть функция $B(y)$ удовлетворяет следующим условиям:

$$B(y) \in C_{loc}(R),\ B(y) \geq \delta > 0,\ R = (-\infty, \infty) \qquad (11)$$

$$C^{-1} \leq B(t)\, B^{-1}(y) \leq C \quad \text{при } |t-y| \leq 1 \qquad (12)$$

$$|B(t) - B(y)| \leq C\, |t-y|^{\alpha} B^{a}(y) \quad \text{при } |t-y| \leq 1 \qquad (13)$$

где $(2m+1)(1-a)+\alpha > 0$, $a > 0$, $\alpha \in (0,1]$

Тогда при $\lambda > 0$:

а) для любого $f \in L_2(\Omega)$ существует единственное сильное решение $u(x,y) = (L+\lambda E)^{-1} f$ задачи (8), (9);

б) при $\beta \leq 2k$ оператор $B(y)\, \mathcal{D}_x^{\beta} (L+\lambda E)^{-1}$

ограничен в $L_2(\Omega)$;

в) оператор L разделим в $L_2(\Omega)$, т.е.

$$u \in L^{2m+1,\,2k}_{2,\,B(y)}(\Omega) .$$

В § 4 исследуется разделимость линейного дифференциального оператора нечетного порядка с операторным коэффициентом.

Пусть H - сепарабельное гильбертово пространство. Обозначим через $H_1 = H_1(R, H)$ гильбертово пространство (также сепарабельное), полученное пополнением $C_0^\infty(R, H)$ множество финитных бесконечно гладких вектор-функций, определенных на R со значением в H по норме

$$\| f(x) \|_{H_1} = \left(\int_{-\infty}^{\infty} \| f(x) \|_H^2 \, dx \right)^{1/2}$$

соответствующий скалярному произведению

$$\langle f(x), q(x) \rangle_{H_1} = \int_{-\infty}^{\infty} \langle f(x), q(x) \rangle_H \, dx$$

Рассмотрим дифференциальное выражение

$$\ell(u) = -u''' + Q(x) u \quad , \quad x \in R$$

определенное на $C_0^\infty(R, H)$, где $Q(x)$ - операторная функция в H.

Замыкание ℓ в норме H_1 обозначим через L

На операторную функцию $Q(x)$ налагаем следующие условия:

I. Для почти всех x операторы $Q(x)$ самосопряжены и равномерно по x полуограничены снизу, т.е. для всех $f \in \mathfrak{D}(Q(x))$ выполняется неравенство

$$\langle Q(x) f, f \rangle_H \geqslant C \langle f, f \rangle_H \quad , \quad C > 0$$

и не зависит от x, где $\mathfrak{D}(Q(x))$ - общая всюду плотная в H область определения операторов $Q(x)$;

II. При $\lambda >> 1$

$$\sup_{|x-y|\le 1}\left\{\left\|[Q(x)-Q(y)][Q(x)+\lambda]^{-1}\right\|_H+\left\|[Q(y)-Q(x)][Q(y)+\lambda]^{-1}\right\|_H\right\}\le o(1);$$

III. Для почти всех x оператор $Q(x)$ является обратным к вполне непрерывному оператору.

Теорема I.4.I. Пусть выполнены условия I – III . Тогда оператор $L+\lambda E$ имеет ограниченный обратный и оператор L разделим в пространстве H_1 .

Пример I.4.I.

Пусть $Lu=-u'''+Q(x)u, \quad H_1=L_2(R,R^2)$ (I4)

где
$$Q(x)=\begin{pmatrix}|x|+1 & 0\\ 0 & |x|+1\end{pmatrix}.$$

Легко проверить, что матрица $Q(x)$ удовлетворяет условиям I, II, III. Тогда по теореме I.4.I. оператор (I4) разделим в пространстве $L_2(R,R^2)$.

Пример I.4.2.

В области $\Omega=\{(x,y):\ -\infty<x<\infty,\ 0\le y\le 1\}$ рассмотрим задачу

$$Lu=-u_{xxx}-u_{yy}+q(x,y)u=f(x,y)\in L_2(R,L_2(0,1)), \tag{I5}$$

$$u(x,0)=u(x,1)=0 \tag{I6}$$

Записываем уравнение (I5) в операторном виде

$$-u'''(x)+Q(x)u(x)=f(x),$$

где $Q(x)=-\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}+q(x,y)$ — оператор Штурма-Лиувилля, действующая в $L_2(0,1)$ для каждого $x\in R$ Пусть $q(x,y)=|x|+|y|+1$; нетрудно проверить, что операторная функция $Q(x)$ удовлетворяет условиям I, П, Ш. Тогда по теореме I.4.I задача (I5), (I6) имеет единственное решение $u(x,y)$, такое, что $u_{xxx} \in L_2(R, L_2(0,1))$.

Вторая глава работы посвящена изучению гладкости решений нелинейных уравнений и аппроксимативных свойств решений одного нелинейного дифференциального уравнения.

Гладкость решений нелинейных уравнений в случае неограниченной области стала изучаться сравнительно недавно. Впервые на этот вопрос обратили внимание М.Б.Муратбеков, М.Отелбаев [5], которые получили достаточные условия разделимости нелинейного оператора Штурма-Лиувилля со скалярным коэффициентом.

В § I главы 2 исследуются выше сформулированные вопросы для нелинейного уравнения с операторным коэффициентом

$$Lu = -u''' + Q(x,u)\,u = f(x) \qquad (I7)$$

в пространстве $H_1 = H_1(R, H)$, $x \in R$.

$Q(x,u)$ - непрерывная по обеим переменным операторная функция, удовлетворяющая следующим условиям:

а) для почти всех x и u операторы $Q(x,u)$ самосопряжены и являются обратными к вполне непрерывным операторам;

б) $\langle Q(x,u)f, f\rangle_H \geq S(x)\langle f, f\rangle_H$,

---

5. Муратбеков М.Б., Отелбаев М. О гладкости решения нелинейного уравнения Штурма-Лиувилля.- В кн.: Математика. Тез. докладов седьмой Казахской межвузовской конференции по математике и механике. Караганда, I98I, с. 34-35.

где $S(x)$ – положительная функция, стремящаяся к $+\infty$ при $|x|\to\infty$;

в) $$\sup_{|x-t|\le 1}\ \sup_{\|c_1-c_2\|_H\le 2A}\Big\{\big\|[Q(x,c_1)-Q(t,c_2)][Q(x,c_1)+\lambda E]^{-1}\big\|_H+$$

$$\big\|[Q(t,c_2)-Q(x,c_1)][Q(t,c_2)+\lambda E]^{-1}\big\|_H\Big\}\le T(A),$$

где $T(A)<o(1)$ при $\lambda\gg 1$ для любого конечного числа A.

<u>Теорема 2.1.1.</u> Пусть выполнены условия а, б, в. Тогда существует число $\mu(A,f)>0$ и при $\lambda>\mu(A,f)$ уравнение (17) для любой правой части $f\in H_1$, имеет решение $u(x)\in H_1$ такое, что $u'''\in H_1$.

<u>Пример.</u> Задана система нелинейных дифференциальных уравнений, которая записывается в операторном виде так:

$$-u'''+Q(x,u)u=f(x)\in H_1=L_2(R,R^2),\qquad (18)$$

где

$$Q(x,u)=\begin{pmatrix}|x|+\|u\|+1 & 0\\ 0 & |x|+\|u\|+1\end{pmatrix},\ u=\begin{pmatrix}u_1\\ u_2\end{pmatrix},\ f=\begin{pmatrix}f_1\\ f_2\end{pmatrix}.$$

Матрица $Q(x,u)$ удовлетворяет всем условиям теоремы 2.1.1., следовательно, уравнение (18) имеет решение $u(x)$ такое, что $u'''\in L_2(R,R^2)$.

В § 2 рассматривается нелинейное дифференциальное уравнение

$$Lu=-\rho(x)\big(\rho(x)u(x)\big)''+q(x,u)u(x)=f(x)\in L_2(R)\qquad (19)$$

изучается существование и гладкость его решения в пространстве $L_2(R)$.

Теорема 2.1.1. Пусть выполнены следующие условия:

а) $q(x,u)\ge\omega>0$ непрерывная функция по совокупности переменных в R^2;

б) $\mathcal{S}(x) \geqslant \delta > 0$ – непрерывно дважды дифференцируемая функция;

в) $\inf\limits_{x \in R} \inf\limits_{|c| \leq A} \{ \rho^{-2}(x)\, q(x,c) \} > 0$;

г) $\sup\limits_{|x-y| \leq K(y)\frac{\rho(y)}{\sqrt{q(y,c)}}} \sup\limits_{|c_1-c_2| \leq A} \left\{ \frac{\rho(x)}{\rho(y)}, \frac{q(x,c)}{q(y,c)} \right\} \leq F(A) < \infty$,

где A – любое конечное число, $F(A)$ – непрерывная функция, $K(y)$ – непрерывная положительная функция, стремящаяся к $+\infty$, при $|y| \to \infty$.

Тогда для любого $f \in L_2(R)$ существует решение $u(x) \in L_2(R)$ уравнения (19) такое, что

$$\rho(x) \left(\mathcal{S}(x) u(x) \right)'' \in L_2(R).$$

<u>Пример.</u> Пусть

$$Lu = -\rho(x) \left(\rho(x) u(x) \right)'' + e^{\beta|x| + |u|} u = f(x), \quad (20)$$

где $\rho(x) > 0$ – бесконечно гладкая функция равная $e^{\frac{1}{2}|x|}$ при $|x| \geqslant 1$, $\beta > 1$.

Легко проверяются условия теоремы 2.1.1. Следовательно, уравнение (20) имеет решения $u(x)$ такое, что $\mathcal{S}(x) \left(\rho(x) u(x) \right)'' \in L_2(R)$.

В § 3 изучается поведение K – поперечников множества решений нелинейного уравнения (19) из предыдущего параграфа.

Оценка линейных поперечников множеств, связанных с областью определения дифференциальных операторов возникает при исследовании резольвенты, спектральных свойств, а также вопросов полноты систем собственных и присоединенных элементов оператора, но очевидно, что они представляют самостоятельный интерес и имеют важное значение в теории приближений.

Нас будет интересовать двусторонняя оценка K -

поперечников по Колмогорову множества решений

$$M = \left\{ u \in W_2^1(R) : \| -\rho(\rho u')' + q(x,u)u \|_2^2 \le T \right\}$$

уравнения (19).

Обозначим через $d_k = d_k(M, L_2)$ - K - поперечник по Колмогорову множества M в $L_2(R)$.

Поперечником по Колмогорову называется величина d_k, определенная следующим образом

$$d_k = \inf_{\{\mathscr{L}_k\}} \sup_{u \in M} \inf_{v \in \mathscr{L}_k} \| u - v \|_2 ,$$

где внешний $infimum$ берется по всем подпространствам $\mathscr{L}_k$ размерности $m \le K$.

Через $N(\lambda)$ обозначим количество поперечников d_k, больших $\lambda > 0$.

<u>Теорема 2.3.1.</u> Пусть функции $\rho(x)$ и $q(x,u)$ удовлетворяют условиям теоремы 2.2.1. Тогда для количества поперечников $N(\lambda)$ множества M справедливы оценки

$$C^{-1}\lambda^{-1/2} \int_{\Omega_{c_\lambda}} \rho^{-\frac{1}{2}}(x)\,dx \le N(\lambda) \le C\lambda^{-\frac{1}{2}} \int_{\Omega_{c_\lambda}} \rho^{-\frac{1}{2}}(x)\,dx ,$$

где

$$\Omega_{c_\lambda} = \left\{ x \in R : \rho^{-1}(x) q(x,0) \le C^{-2}\lambda^{-1} \right\},$$

C - постоянная, вообще говоря, зависит от T.

<u>Замечание.</u> В этом параграфе получены оценки для $N(\lambda)$. Но из оценки для $N(\lambda)$ сразу следует оценка для самих поперечников d_k ($K = 0,1,2,\ldots$). Действительно, пусть $N(\lambda) \le f(\lambda)$, где $f(\lambda)$ монотонно невозрастающая функция. Тогда $\mathscr{K} < N(d_k) \le f(d_k)$. Обозначим через $F(\cdot)$ функцию, обратную к $f(\cdot)$, получим $F(\mathscr{K}) \ge F[f(d_k)] = d_k$.

Аналогично, имея оценку $N(\lambda) \ge g(\lambda)$, где $g(\lambda)$ - монотонно не возрастает, получаем $d_k \ge G(\mathscr{K})$, $G(\cdot)$ - функция, обратная к $g(\cdot)$.

Пример. Пусть

$$-u'' + \left(|x| + |u| + 1\right)u = f(x) \in L_2(R). \quad (21)$$

Здесь

$$p(x) \equiv 1, \quad q(x,u) = |x| + |u| + 1$$

Нетрудно проверить, что функция $q(x,u)$ удовлетворяет условиям теоремы 2.2.1, тогда по этой теореме существует решение $u(x) \in L_2(R)$ уравнения (21), такое, что $u'' \in L_2(R)$. А в силу теоремы 2.3.1 для функции распределение поперечников $N(\lambda)$ множества

$$M = \left\{ u \in L_2(R) : \left\| -u'' + (|x| + |u| + 1)u \right\|_2 \le 1 \right\}$$

справедлива оценка

$$-c^{-1}\lambda^{-1/2} + 2c^{-3}\lambda^{-3/2} \le N(\lambda) \le 2c^{3}\lambda^{-3/2} - c\lambda^{-1/2}$$

Автор выражает глубокую благодарность члену-корреспонденту

математике и механике, посвященной 50-летию КазГУ имени С.М.Кирова. Алма-Ата, сент.1984.-с.51.

5. Тогочуев А.Ж.(в соавт.с Муратбековым М.Б). Разделимость дифференциального оператора нечетного порядка с операторным коэффициентом//Тез.докл.конференции математиков и механиков Киргизии, посвященной 70-летию Великого Октября. Фрунзе. 1984.-с.72.
6. Тогочуев А.Ж. Гладкость решений нелинейного уравнения нечетного порядка с операторным коэффициентом//Тез.докл.конференции математиков и механиков Киргизии, посвященной 70-летию Великого Октября. Фрунзе. 1987.-с.71.

Подписано в печать 17.02.1993 Формат 60x84/16

Печать офсетная. Объем 10 п.л. Зак. 87. Тир. 100

г. Бишкек, ул. Коммунистическая, 68. Типография КСХИ